

# **ПРОГРАММА**

**дополнительного вступительного испытания по математике**

## **ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Программа по математике для поступающих в Академию Федеральной службы охраны Российской Федерации состоит из четырех разделов.

Первый из них представляет собой перечень основных математических понятий и фактов, которыми должен владеть поступающий (уметь правильно их использовать при решении задач).

Второй раздел представляет собой перечень основных формул и теорем. При подготовке к вступительному испытанию целесообразно познакомиться с формулировками утверждений этого раздела.

В третьем разделе указано, какие навыки и умения требуются от абитуриента на вступительном испытании.

В четвертом разделе даны рекомендации абитуриентам для подготовки и сдачи вступительного испытания по математике.

Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют содержанию обязательного минимума курса математики для полной средней школы. Абитуриент может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса. Однако для решения тестовых задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться абитуриентом, но при условии, что он способен их пояснять и доказывать.

В связи с разнообразием учебников и регулярным их переизданием отдельные утверждения второго раздела могут в некоторых учебниках называться иначе, чем в программе, формулироваться в виде задач, либо отсутствовать. Такие случаи не освобождают от необходимости знать эти утверждения.

На вступительном испытании по математике абитуриент должен показать:

- 1) четкое знание определений и теорем, предусмотренных программой;
- 2) умение точно и сжато выразить математическую мысль, использовать соответствующую символику;
- 3) уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение применить их при решении задач.

### **Раздел 1. ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ**

#### **Алгебра и начала анализа**

1. Натуральные числа ( $N$ ). Делимость. Простые и составные числа. Разложение натурального числа на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10.
3. Целые числа ( $Z$ ). Рациональные числа ( $Q$ ), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа ( $R$ ), их представление в виде десятичных дробей.
5. Приведение периодической десятичной дроби к рациональному виду. Представление рационального числа в виде периодической десятичной дроби.
6. Изображение чисел на числовой оси. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
7. Числовые и буквенные выражения. Равенства и тождества.

8. Степень с натуральным и рациональным показателями, арифметический корень, логарифм.
9. Синус, косинус, тангенс, котангенс (угла); арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.
10. Одночлен и многочлен.
11. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.
12. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений. Функция обратная данной.
13. График функции. Возрастание и убывание, периодичность, четность и нечетность.
14. Понятие экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
15. Линейная, квадратичная, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические функции.
16. Уравнение. Решения (корни) уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
17. Неравенство. Решение неравенства. Понятие о равносильности неравенств.
18. Системы уравнений и неравенств. Решение систем.
19. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
20. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Производные основных элементарных функций.

## **Геометрия**

1. Прямая на плоскости, луч, отрезок, ломаная, длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы.
2. Треугольник. Медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Площадь треугольника.
3. Четырёхугольники: квадрат, прямоугольник, параллелограмм, ромб, трапеция.
4. Выпуклый многоугольник. Правильный многоугольник. Диагональ. Площадь многоугольника.
5. Окружность и круг. Центр, радиус, диаметр, хорда. Длина окружности и дуги окружности. Касательная к окружности. Дуга окружности и круговой сектор. Центральные и вписанные углы.
6. Прямая и плоскость в пространстве. Двугранный угол.
7. Многогранники. Куб, параллелепипед, призма, пирамида. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Площадь поверхности и объем.
8. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Площадь поверхности и объем.
9. Равенство и подобие фигур. Отношение площади подобных фигур. Симметрия. Преобразования подобия и его свойства.
10. Параллельность и перпендикулярность прямых, плоскостей. Скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.
11. Касание. Вписанные и описанные фигуры на плоскости и в пространстве. Сечение фигуры плоскостью.
12. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Векторы. Операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.

## **Раздел 2. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ**

### **Алгебра и начала анализа**

1. Свойства числовых неравенств.
2. Формулы сокращенного умножения.
3. Свойства модуля.

4. Свойства линейной функции и ее график.
5. Формула корней квадратного уравнения. Теорема о разложении квадратного трёхчлена на множители. Теорема Виета.
6. Свойства квадратичной функции и ее график.
7. Неравенство, связывающее среднее арифметическое и среднее геометрическое двух чисел. Свойство суммы двух взаимно обратных чисел.
8. Формулы общих членов и суммы  $n$  первых членов арифметической прогрессии.
9. Формулы общих членов и суммы  $n$  первых членов геометрической прогрессии.
10. Свойства степеней с натуральными и целыми показателями. Свойства арифметических корней  $n$ -й степени. Свойства степеней с рациональным показателем.
11. Свойства степенной функции и ее график.
12. Свойства показательной функции и ее график.
13. Основное логарифмическое тождество. Логарифмы произведения, степени, частного. Формула перехода к новому основанию.
14. Свойства логарифмической функции и ее график.
15. Основное тригонометрическое тождество. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
16. Формулы приведения, сложения, двойного и половинного аргумента, суммы и разности тригонометрических функций. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.
17. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму. Преобразование выражения  $a \sin x + b \cos x$  с помощью вспомогательного аргумента.
18. Формулы решений простейших тригонометрических уравнений.
19. Свойства тригонометрических функций ( $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ ) и их графики.
20. Таблица производных основных элементарных функций.
21. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
22. Достаточное условие возрастания (убывания) функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

## Геометрия

1. Теоремы о параллельных прямых на плоскости.
2. Свойства вертикальных и смежных углов.
3. Свойства равнобедренного треугольника.
4. Признаки равенства треугольников.
5. Теорема о сумме внутренних углов треугольника. Теорема о внешнем угле треугольника. Свойство средней линии треугольника.
6. Теорема Фалеса. Признаки подобия треугольников.
7. Признаки равенства и подобия прямоугольных треугольников. Теорема Пифагора.
8. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла.
9. Теоремы о пересечении медиан, пересечении биссектрис и пересечении высот треугольника.
10. Свойство касательной к окружности. Равенство касательных, проведенных из одной точки к окружности. Теоремы о вписанных углах. Теорема об угле, образованном касательной и хордой.
11. Теоремы об угле между двумя пересекающимися хордами и об угле между двумя секущими, выходящими из одной точки. Равенство произведений отрезков двух пересекающихся хорд. Равенство квадрата касательной произведению секущей на ее внешнюю часть.

12. Свойство четырехугольника, вписанного в окружность. Свойство четырехугольника, описанного около окружности.
13. Теорема об окружности, вписанной в треугольник. Теорема об окружности, описанной около треугольника.
14. Теоремы синусов и косинусов для треугольника.
15. Теорема о сумме внутренних углов выпуклого многоугольника.
16. Признаки параллелограмма. Свойства параллелограмма.
17. Свойства средней линии трапеции.
18. Формула для вычисления расстояния между двумя точками на координатной плоскости. Уравнение окружности.
19. Признаки параллельности прямой и плоскости.
20. Признак параллельности плоскостей.
21. Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции, круга.
22. Формулы площади поверхности и объема призмы, пирамиды, цилиндра, конуса.
23. Формула площади поверхности сферы.
24. Формула объема шара.

### **Раздел 3. ТРЕБОВАНИЯ К ПОСТУПАЮЩИМ**

На вступительном испытании по математике поступающий должен уметь:

1. Выполнять (без калькулятора) действия над числами и числовыми выражениями; преобразовывать буквенные выражения; производить операции над векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение); переводить одни единицы измерения величин в другие.
2. Сравнить числа и находить их приближенные значения (без калькулятора); доказывать тождества и неравенства для буквенных выражений.
3. Решать уравнения, неравенства, системы (в том числе с параметрами) и исследовать их решения.
4. Исследовать функции; строить графики функций и множества точек на координатной плоскости, заданные уравнениями и неравенствами.
5. Изображать геометрические фигуры на чертеже; делать дополнительные построения; строить сечения; исследовать взаимное расположение фигур; применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду.
6. Пользоваться свойствами чисел, векторов, функций и их графиков, свойствами арифметической и геометрической прогрессий.
7. Пользоваться свойствами геометрических фигур, их характерных точек, линий и частей, свойствами равенства, подобия и взаимного расположения фигур.
8. Пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические, тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы.
9. Составлять уравнения, неравенства и находить значения величин, исходя из условия задачи.
10. Излагать и оформлять решение логически правильно, полно и последовательно, с необходимыми пояснениями.